Jurnal Teknik Informatika dan Sistem Informasi (JURTISI)
Vol. 4, No. 2, Desember 2024, 70-74
e-ISSN: 2807-1492

PENERAPAN METODE BISECTION DAN NEWTON-RAPHSON UNTUK PENYELESAIAN AKAR PERSAMAAN NON-LINIER MENGGUNAKAN MATLAB

Iif Alfiatul Mukaromah[1], M. Rifqi Atsani[2]

[1, 2]UIN Prof. K.H. Saifuddin Zuhri Purwokerto
Email: [1]iifam@uinsaizu.ac.id, [2]rifqiatsani@uinsaizu.ac.id

Abstrak

Penelitian ini mengkaji penerapan metode numerik Bisection dan Newton-Raphson untuk penyelesaian akar persamaan non-linier dengan menggunakan perangkat lunak Matlab. Kedua metode ini digunakan untuk mencari solusi numerik dari persamaan non-linier yang tidak dapat diselesaikan secara analitik. Metode Bisection mengandalkan prinsip pembagian interval untuk mempersempit pencarian akar, sementara metode Newton-Raphson menggunakan pendekatan iteratif berbasis deret Taylor untuk memperoleh estimasi akar dengan konvergensi yang lebih cepat. Implementasi kedua metode ini dilakukan menggunakan Matlab untuk memudahkan proses komputasi dan visualisasi hasilnya. Studi ini mengevaluasi performa kedua metode dalam hal konvergensi, akurasi, dan kecepatan perhitungan, serta membandingkan efektivitas keduanya pada berbagai jenis persamaan non-linier, seperti persamaan polinomial dan transcendent. Hasil eksperimen menunjukkan bahwa metode Newton-Raphson memiliki konvergensi yang lebih cepat dibandingkan metode Bisection, namun memerlukan pemilihan titik awal yang lebih hati-hati. Sebaliknya, metode Bisection lebih stabil dan dapat diterapkan pada persamaan dengan kondisi awal yang lebih tidak terdefinisi. Penelitian ini memberikan kontribusi dalam pemahaman penerapan metode numerik untuk penyelesaian persamaan non-linier dengan menggunakan Matlab sebagai alat bantu perhitungan dan visualisasi.

Kata kunci: *Metode Bisection, Metode Newton-Raphson, Penyelesaian Akar, Persamaan Non-Linier, Matlab, Konvergensi*

Abstract

This research examines the application of the Bisection and Newton-Raphson numerical methods for solving the roots of non-linear equations using Matlab software. These two methods are used to find numerical solutions to non-linear equations that cannot be solved analytically. The Bisection method relies on the interval division principle to narrow down the root search, while the Newton-Raphson method uses a Taylor series-based iterative approach to obtain root estimates with faster convergence. The implementation of these two methods was carried out using Matlab to facilitate the computing process and visualization of the results. This study evaluates the performance of both methods in terms of convergence, accuracy, and calculation speed, and compares their effectiveness on various types of non-linear equations, such as polynomial and transcendent equations. Experimental results show that the Newton-Raphson method has faster convergence than the Bisection method, but requires more careful selection of starting points. In contrast, the Bisection method is more stable and can be applied to equations with more undefined initial conditions. This research contributes to the understanding of the application of numerical methods for solving non-linear equations using Matlab as a calculation and visualization tool..

Keywords: Bisection Method, Newton-Raphson Method, Root Completion, Non-Linear Equations, Matlab, Convergence

1. PENDAHULUAN

Penyelesaian persamaan non-linier merupakan salah satu masalah penting dalam matematika terapan dan banyak bidang ilmu lainnya, seperti teknik, fisika, ekonomi, dan ilmu komputer[1]. Banyak persamaan non-linier yang tidak memiliki solusi analitik atau sulit diselesaikan dengan metode aljabar konvensional, sehingga memerlukan pendekatan numerik untuk mendapatkan solusinya[1]. Pendekatan ini biasanya dikenal sebagai metode numerik. Metode numerik merujuk pada suatu teknik yang digunakan untuk menyusun model matematika agar dapat diselesaikan melalui operasi perhitungan atau aritmatika standar[2][3]. Metode numerik selalu mampu menyelesaikan masalah, meskipun hasil yang diperoleh merupakan nilai perkiraan[2]. Dua metode numerik yang umumnya digunakan untuk menemukan akar persamaan non-linier adalah metode Bisection dan Newton-Raphson[2][4][5].

Metode Bisection (metode bagi dua) merupakan suatu teknik yang mudah dan stabil, yang beroperasi dengan cara membagi interval pencarian akar secara iteratif hingga memperoleh solusi dengan tingkat presisi yang diinginkan [6][7]. Meskipun metode ini mudah diterapkan dan dapat digunakan untuk berbagai jenis persamaan, kecepatan konvergensinya cenderung lebih lambat dibandingkan dengan metode lainnya[2]. Sebaliknya, metode Newton-Raphson dikenal memiliki konvergensi yang lebih cepat dan efisien[2], karena menggunakan pendekatan iteratif yang bergantung pada turunan pertama fungsi. Namun, metode ini memiliki keterbatasan dalam pemilihan titik awal yang tepat, dan dapat gagal jika tidak memenuhi kondisi tertentu.

Dalam perkembangan teknologi, perangkat lunak seperti Matlab telah menjadi alat bantu yang sangat berguna dalam penerapan metode numerik. Matlab menyediakan berbagai fungsi dan toolboxes yang memungkinkan implementasi metode numerik dengan efisien serta memvisualisasikan hasil perhitungan dalam bentuk grafik yang memudahkan pemahaman[8]. Dengan demikian, penelitian ini bertujuan untuk membandingkan penerapan metode Bisection dan Newton-Raphson dalam menemukan akar persamaan non-linier menggunakan Matlab, serta mengevaluasi kinerja kedua metode tersebut dari segi konvergensi, akurasi, dan efisiensi waktu komputasi.

Penelitian ini juga akan menguji penerapan kedua metode pada berbagai jenis persamaan non-linier. Hasil yang diperoleh diharapkan dapat memberikan wawasan yang lebih dalam mengenai pemilihan metode yang sesuai untuk penyelesaian akar persamaan non-linier dan memberikan kontribusi terhadap pengembangan aplikasi numerik di berbagai disiplin ilmu.

2. METODE PENELITIAN

2.1. Metode Bisection

Metode Bisection merupakan salah satu metode tertutup yang digunakan untuk mencari akar persamaan non-linier. Metode ini termasuk dalam kategori teknik pencarian akar yang berbasis pembagian interval, dan sangat efektif untuk menyelesaikan persamaan yang tidak dapat diselesaikan secara analitik[2]. Metode Bisection bekerja dengan membagi interval secara berulang-ulang, sehingga semakin kecil interval pencarian, hingga ditemukan akar persamaan dengan tingkat presisi yang diinginkan.

Metode Bisection memanfaatkan sifat dasar dari Teorema Nilai Tengah (Intermediate Value Theorem), yang menyatakan bahwa jika suatu fungsi $f(x)$ kontinu dalam interval $[a, b]$ dan memiliki nilai dengan tanda yang berbeda di kedua ujung interval tersebut yaitu, $f(a) \cdot f(b) < 0$ maka fungsi $f(x)$ akan memiliki akar di dalam interval tersebut[7]. Berdasarkan teorema ini, metode Bisection melakukan pembagian interval secara iteratif untuk mencari akar persamaan tersebut[7][6].

langkah-langkah untuk menerapkan metode Bisection dalam mencari akar persamaan $f(x) = 0$:[7]

a. **Tentukan Interval Awal**: Pilih interval $[a, b]$ di mana fungsi $f(x)$ memiliki nilai dengan tanda yang berbeda pada kedua ujungnya, yaitu $f(a) \cdot f(b) < 0$. Ini memastikan bahwa ada akar di dalam interval tersebut[7].

b. **Cari Titik Tengah**: Tentukan titik tengah dari interval $[a, b]$ yaitu

$$C \frac{a+b}{2} \tag{1}$$

c. **Evaluasi Fungsi di Titik Tengah**: Hitung nilai $f(c)$

d. **Tentukan Interval Baru**: Berdasarkan tanda $f(c)$ tentukan interval baru untuk langkah berikutnya:

- Jika $f(a) \cdot f(c) < 0$, maka akar terletak di interval $[a, c]$, jadi ganti $b = c$
- Jika $f(c) \cdot f(b) < 0$, maka akar terletak di interval $[c, b]$, jadi ganti $a = c$

e. **Iterasi**: Ulangi langkah 2 hingga mencapai kriteria berhenti yang telah ditentukan, seperti kesalahan yang cukup kecil (misalnya, $| b - a | \leq \epsilon$, di mana ϵ adalah toleransi kesalahan yang diinginkan).

2.2. *Metode Newton Raphson*

Metode Newton-Raphson adalah salah satu metode numerik yang digunakan untuk mencari akar persamaan non-linier dimana pendekatan mengunakan satu titik awal dan kemudian mendekati akar persamaan dengan memanfaatkan gradien pada titik tersebut[2][9]. Metode ini lebih efisien daripada metode Bisection karena konvergensinya lebih cepat, namun membutuhkan informasi tambahan berupa turunan pertama dari fungsi yang akan diselesaikan [2]. Metode ini menggunakan pendekatan iteratif untuk memperkirakan akar persamaan secara bertahap.

Metode Newton-Raphson didasarkan pada pendekatan deret Taylor untuk suatu fungsi $f(x)$. Fungsi $f(x)$ diaproksimasi dengan garis singgung (tangen) pada suatu titik x_n, dan akar dari garis singgung ini digunakan sebagai perkiraan baru akar persamaan. Dengan kata lain, metode ini memperbaiki perkiraan akar persamaan dengan iterasi berdasarkan informasi lokal dari turunan fungsi[4].

Jika kita memiliki persamaan $f(x) = 0$, maka pendekatan Newton-Raphson untuk mencari akar dapat dijelaskan dengan rumus iteratif berikut[9]:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{2}$$

di mana:

- x_n adalah perkiraan akar pada iterasi ke-n,
- $f(x_n)$ adalah nilai fungsi pada x_n ,
- $f'(x_n)$ adalah nilai turunan pertama fungsi pada x_n,
- $x_n + 1$ adalah perkiraan akar yang lebih baik pada iterasi ke-$(n + 1)$.

Penerapkan metode Newton-Raphson dalam mencari akar persamaan $f(x) = 0$, sebagai berikut[2]:

a. **Pilih Titik Awal**: Tentukan nilai awal $x0$ yang dekat dengan akar yang dicari. Titik awal ini sangat penting karena dapat memengaruhi keberhasilan dan kecepatan konvergensi metode ini.
b. **Hitung Nilai Fungsi dan Turunan**: Evaluasi $f(x0)$ dan $f'(x0)$yaitu nilai fungsi dan turunan pertama pada titik $x0$
c. **Perbarui Perkiraan Akar**: Gunakan rumus iterasi untuk menghitung $x1$ dari $x0$:
$$x1 = x0 - \frac{f(x0)}{f'(x0)} \tag{3}$$
d. **Iterasi**: Ulangi langkah 2 dan 3 untuk memperoleh nilai $x2, x3$,…., hingga konvergensi tercapai, yaitu ketika perbedaan antara dua perkiraan akar berturut-turut sudah cukup kecil, misalnya:
$$|x_{n+1} - x_n| \leq \epsilon \tag{4}$$

di mana ϵ adalah toleransi kesalahan yang diinginkan.

2.3. *Matlab*

Matlab (Matrix Laboratory) adalah bahasa pemrograman teknis tingkat tinggi serta lingkungan interaktif yang digunakan untuk pengembangan algoritma, visualisasi data, analisis data, dan komputasi numerik[10]. Matlab adalah bahasa pemrograman yang memiliki kemampuan luar biasa dalam bidang komputasi. Dengan kemampuannya untuk mengintegrasikan komputasi, visualisasi data, dan pemrograman, Matlab menjadi alat yang sangat berguna dalam berbagai riset yang memerlukan pemrosesan numerik kompleks. Kekuatan utama Matlab terletak pada kemampuannya untuk menangani perhitungan matematis yang rumit, serta menghasilkan visualisasi yang jelas dan akurat. Oleh karena itu, Matlab banyak digunakan dalam berbagai disiplin ilmu seperti teknik, fisika, ekonomi, dan statistik [9].

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Persamaan non linier yang digunakan dalam penelitian ini adalah $f(x) = x^4 - 2x^3 - 5x$. kemudian akan diselesaiakan persoalan tersebut dengan metode Bisection dan Newton Rapshon menggunakan aplikasi Matlab.

MATLAB Drive > Bisection.m

```
clc
syms x;
y = input('masukan persamaan y: ');
a = input('masukan tebakan a: ');
b = input('masukan tebakan b: ');
e = input('masukan tolerransi error: ');

fa= eval(subs(y,x,a));
  = eval(subs(y,x,b));

if fa*fb > 0
    disp('tidak adanya akar antara [a,b]');
else
    c = (a+b)/2;
    fc = eval(subs(y,x,c));
    fprintf('\n\na\t\t\t\t\tb\t\t\t\t\tc\t\t\t\t\tf(c)\n');
    while abs(fc)>e
        fprintf('%f\t%f\t%f\t%f\n',a,b,c,fc);
        if fa*fc<0
            b=c;
        else
            a=c;
        end
        c=(a+b)/2;
        fc=eval(subs(y,x,c));
    end
    fprintf('\n akarnya adalah: %f\n', c);
end
```

```
masukan persamaan y:
x^4-2*x^3-5*x
masukan tebakan a:
1
masukan tebakan b:
3
masukan tolerransi error:
0.0001


a          b          c          f(c)
1.000000   3.000000   2.000000   -10.000000
2.000000   3.000000   2.500000   -4.687500
2.500000   3.000000   2.750000   1.847656
2.500000   2.750000   2.625000   -1.820068
2.625000   2.750000   2.687500   -0.092514
2.687500   2.750000   2.718750   0.850190
2.687500   2.718750   2.703125   0.372094
2.687500   2.703125   2.695312   0.138117
2.687500   2.695312   2.691406   0.022385
2.687500   2.691406   2.689453   -0.035169
2.689453   2.691406   2.690430   -0.006418
2.690430   2.691406   2.690918   0.007977
2.690430   2.690918   2.690674   0.000778
2.690430   2.690674   2.690552   -0.002821
2.690552   2.690674   2.690613   -0.001022
2.690613   2.690674   2.690643   -0.000122
2.690643   2.690674   2.690659   0.000328
2.690643   2.690659   2.690651   0.000103

 akarnya adalah: 2.690647
```

Gambar 1. Kode program dan hasil Metode Bisection

Gambar 1 merupakan penerapan dari metode Bisection menggunakan Matlab dalam menyelesaikan persamaan non-linier dari $f(x) = x^4 - 2x^3 - 5x$ dengan batas bawah $a = 1$ dan batas atas $b = 3$, batas $error = 0.0001$, menunjukan bahwa terdapat akar dan konvergen pada iterasi 14 yaitu akarnya ditemukan 2.690647. Metode ini baik digunakan untuk menemukan akar persamaan non linier karena sangat sederhana dan selalu konvergen jika ada akar dalam interval.

MATLAB Drive > newtonrapshon.m

```
clc
syms x;

y= input('masukan persamaan y: ');
a= input('masukan tebakan a: ');
e= input('masukan toleransi error: ');
N= input('masukan batas maksimal iterasi: ');

iterasi=1;
g = diff(y,x);
fa= eval(subs(y,x,a));

while abs(fa)>e
    fa= eval(subs(y,x,a));
    ga= eval(subs(g,x,a));
    if ga == 0
        disp('pembagian dengan nol');
        break;
    end
    b= a- fa/ga;
    fprintf('iterasi=%d\ta=%f\tb=%f\tf(a)=%f\tg(a)=%f\n',iterasi,a,b,fa,ga
    a=b;
    if iterasi > N
        disp('tidak konvergen');
        break;
    end
    iterasi = iterasi+1;
end
fprintf('akarnya adalah %f\n', a);
```

```
masukan persamaan y:
x^4-2*x^3-5*x
masukan tebakan a:
2
masukan toleransi error:
0.0001
masukan batas maksimal iterasi:
20

iterasi=1  a=2.000000 b=5.333333 f(a)=-10.000000 g(a)=3.000000
iterasi=2  a=5.333333 b=4.222318 f(a)=479.012346 g(a)=431.148148
iterasi=3  a=4.222318 b=3.449456 f(a)=146.174125 g(a)=189.133553
iterasi=4  a=3.449456 b=2.968225 f(a)=42.244463  g(a)=87.784305
iterasi=5  a=2.968225 b=2.744038 f(a)=10.479075  g(a)=46.742395
iterasi=6  a=2.744038 b=2.693126 f(a)=1.653042 g(a)=32.469135
iterasi=7  a=2.693126 b=2.690653 f(a)=0.073248 g(a)=29.614653
iterasi=8  a=2.690653 b=2.690647 f(a)=0.000167 g(a)=29.479477
iterasi=9  a=2.690647 b=2.690647 f(a)=0.000000 g(a)=29.479167
akarnya adalah 2.690647
```

Gambar 2. Kode program dan hasil Metode Newton Raphson

Gambar 2 merupakan penerapan dari metode Newton Raphson menggunakan Matlab dalam menyelesaiakn persamaan non-linier dari $f(x) = x^4 - 2x^3 - 5x$ dengan titik awal atau perkiraan $a = 2$ dan batas $error = 0.0001$. hasil menunjukan bahwan terdapat akar dan konvergen pada iterasi 8 yaitu akarnya ditemukan 2.690647.

Berdasarkan hasil pada Gambar 1 dan Gambar 2 menunjukan bahwa kedua metode tersebut dapat digunakan untuk menemukan akar persamaan non-linier dari $f(x) = x^4 - 2x^3 - 5x$. Hasil menunjukan bahwa metode Bisection lebih lambat dalam konvergensi atau dalam pencarian akar, butuh sampai iterasi 14 nilai akarnya baru ditemukan, hal ini disebabkan oleh pembagian interval yang terus menerus sampai mendekati akar. Dibandingan dengan metode Newton Raphson prosesnya pencarian akar dan konvergensi ditemukan pada iterasi 8 artinya jauh lebih cepat dan efisien dari metode bisection, hal ini karna tidak memerlukan interval yang memadai seperti metode Bisection. Metode Newton Raphson ini memerlukan informasi turunan fungsi dan harus menentukan titik awal yang harus hati hati. Sedangkan metode bisection cenderung lebih sederhana dan lebih mudah diimplementasikan, terutama untuk kasus di mana kita tidak memiliki turunan fungsi.

4. KESIMPULAN

Penerapan metode numerik pada persamaan $f(x) = x4 - 2x3 - 5x$, menunjukan metode Bisection lebih lambat dalam konvergensinya (14 iterasi), metode ini lebih aman dan lebih sederhana untuk diterapkan pada fungsi yang tidak memiliki turunan. dan metode Newton-Raphson memberikan konvergensi yang lebih cepat (8 iterasi) namun memerlukan informasi turunan dan dapat mengalami masalah jika turunan mendekati nol. Kedua metode ini efektif untuk mencari akar, dan pilihan antara keduanya tergantung pada sifat fungsi dan kebutuhan konvergensi.

DAFTAR PUSTAKA

[1] W. Pandia and I. Sitepu, "Penentuan Akar Persamaan Non Linier Dengan Metode Numerik," *J. Mutiara Pendidik. Indones.*, vol. 6, no. 2, pp. 122–129, 2021, doi: 10.51544/mutiarapendidik.v6i2.2326.

[2] R. Dwi Estuningsih *et al.*, "Perbandingan Metode Biseksi Dan Metode Newton Raphson Dalam Penyelesaian Persamaan Non Linear," *J. War. Akab*, vol. 43, no. 2, pp. 21–23, 2019, [Online]. Available: https://jurnal.aka.ac.id/index.php/warta_akab/article/view/125/93

[3] M. Syafii, R. Ridhallah, and R. A. Nur, "Penerapan Metode Newton Raphson untuk Pencarian Akar pada Fungsi Kompleks," *JOSTECH J. Sci. Technol.*, vol. 3, no. 1, pp. 71–78, 2023, doi: 10.15548/jostech.v3i1.5685.

[4] M. Metode and N. M. Fuzzy, "1478-3549-1-Sm," vol. X, no. 2, pp. 62–76, 2017.

[5] E. Sunandar, "Penyelesaian Sistem Persamaan Non-Linier Dengan Metode Bisection & Metode Regula Falsi Menggunakan Bahasa Program Java," *Petir*, vol. 12, no. 2, pp. 179–186, 2019, doi: 10.33322/petir.v12i2.490.

[6] Julan Hernadi, "Matematika Numerik dengan Implementasi Matlab," p. 236, 2012.

[7] N. Insani, "Penerapan Metode Bagi-Dua (Bisection) pada Analisis Pulang-Pokok (Break Even)," *Penelitian, Pendidikan, dan Penerapan MIPA serta Peranannya dalam Peningkatan Keprofesionalan Pendidik dan Tenaga Kependidikan*, pp. 1–8, 2006, [Online]. Available: blob:https://core.ac.uk/ae2f4573-1f54-45ec-9c90-97d25bf33290

[8] L. Vinet and A. Zhedanov, "A 'missing' family of classical orthogonal polynomials," *J. Phys. A Math. Theor.*, vol. 44, no. 8, pp. 1–14, 2011, doi: 10.1088/1751-8113/44/8/085201.

[9] J. Ritonga and D. Suryana, "Perbandingan Kecepatan Konvergensi Akar Persamaan Non Linier Metode Titik Tetap dengan Metode Newton Raphson Menggunakan Matlab," *Inf. (Jurnal Inform. dan Sist. Informasi)*, vol. 11, no. 2, pp. 51–64, 2019, doi: 10.37424/informasi.v11i2.17.

[10] A. Muanalifah, "Pemanfaatan Software Matlab Dalam Bahasan Sistem Persamaan Linear Simultan Persoalan yang melibatkan model matematika banyak muncul dalam berbagai disiplin ilmu pengetahuan , seperti dalam bidang sika , kimia , ekonomi , atau pada persoalan rekayasa . S," *J. Phenom.*, vol. 1, no. 1, pp. 17–27, 2013.